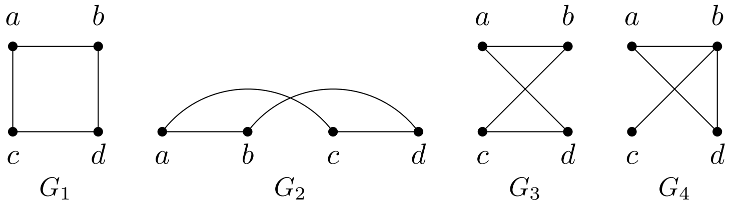
Úvod do grafů

Důležité grafy

Nakreslete K_4, C_5, P_3 a $K_{2,3}$.

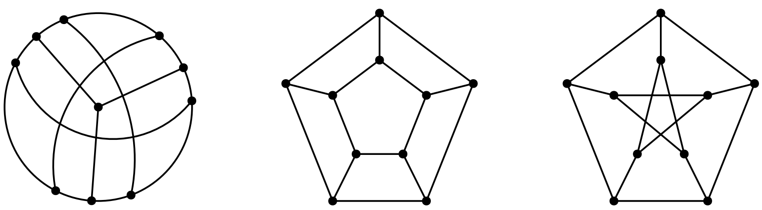
Grafový isomorfismus I

Definujte grafový isomorfismus a určete, které z následujících grafů jsou isomorfní (své odpovědi řádně zdůvodněte).



Grafový isomorfismus II

Opět rozhodněte, které grafy jsou isomorfní.



Vlastnosti isomorfismu

Které z následujících výroků o isomorfismu jsou správné? Svá trvzení zdůvodněte.

1. Grafy G a H jsou isomorfní, právě když pro každou bijekci $f : V(G) \to V(H)$ platí, že pro každé dva vrcholy $u, v \in V(G)$ platí následující ekvivalence:
$$\{u, v\} \in E(G) \Leftrightarrow \{f(u), f(v)\} \in E(H).$$
2. Grafy G a H jsou isomorfní, právě když existuje bijekce $f : E(G) \to E(H)$.
3. Grafy G a H jsou isomorfní, právě když existuje bijekce $f : V(G) \to V(H)$ taková, že pro každý vrchol $v \in V(G)$ platí:
$$\deg_G(v) = \deg_H(f(v))$$
4. Grafy G a H jsou isomorfní, právě když existuje zobrazení $f : V(G) \to V(H)$ takové, že pro každé dva vrcholy $u, v \in V(G)$ platí následující ekvivalence:
$$\{u, v\} \in E(G) \Leftrightarrow \{f(u), f(v)\} \in E(H).$$
5. Každý graf s n vrcholy je isomorfní nějakému grafu na množině vrcholů $\{1, \ldots, n\}$.

Zoo na 4 vrcholech

Znázorněte všechny neisomorfní grafy na 4 vrcholech (je jich 11).

Isomorfismus jako ekvivalence

Buď $\mathcal{G}$ libovolná množina grafů. Dokažte, že relace „býti isomorfní“ je ekvivalence na této množině $\mathcal{G}$.