

Domácí úkol č. 2

Zadáno: 15. a 17. 10.

Deadline: 22. a 24. 10.

1. Nechť $a \in \mathbb{R}, a > 0$. Najděte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{ax+2} - \sqrt{2-x}}$$

2. Najděte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1} - \frac{1}{x}$$

Řešení

- 1.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{ax+2} - \sqrt{2-x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{ax+2} + \sqrt{2-x})}{ax+2 - (2-x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{ax+2} + \sqrt{2-x})}{x(a+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+2} + \sqrt{2-x}}{a+1} = \frac{2\sqrt{2}}{a+1} \end{aligned}$$

- 2.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1} - \frac{1}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x} \frac{\sqrt{1+x+x^2} + 1}{\sqrt{1+x+x^2} + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1+x+x^2 - 1}{x(\sqrt{1+x+x^2} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1+x}{\sqrt{1+x+x^2} + 1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$