

Kritika standardního kosmologického modelu

Nikdy neztotožňujme matematický model s realitou

Michal Krížek

Matematický ústav Akademie věd ČR, v. v. i., Žitná 25, 115 67 Praha 1; krizek@cesnet.cz

Podle standardního kosmologického modelu se vesmír skládá z 27 % jakési záhadné temné hmoty, z 68 % ještě záhadnější temné energie, zatímco jen necelých 5 % připadá na baryonovou hmotu složenou ze známých elementárních částic. Cílem tohoto článku je ukázat, že uváděný poměr 27:5 množství temné hmoty ku baryonové hmotě je značně nadsazený. Temná hmota a částečně i temná energie mohou pocházet především z nekorektních extrapolací, když se ztotožňuje realita s modelem. Zejména bychom neměli aplikovat teorie, které jsou prověřené na škálách sluneční soustavy během několika desítek či stovek let na celý vesmír a extrémně dlouhé časové intervaly bez jakéhokoliv odhadu chyby modelu.

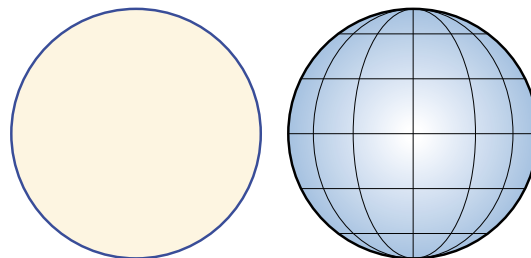
Úvod

Roku 1584 Giordano Bruno napsal pojednání *De l'Infinito, Universo e Mondi*, kde mj. vyslovil hypotézu, že vesmír je nekonečný a že každá hvězda je podobná našemu Slunci. Tento výrok se často považuje za počátek novodobé kosmologie. Isaac Newton a mnozí další chápali vesmír jako eukleidovský prostor \mathbb{E}^n pro dimenzi $n = 3$. V roce 1900 si však Karl Schwarzschild [1, s. 66] asi jako vůbec první uvědomil, že vesmír by mohl být neeukleidovský¹ a dokonce konečný, tj. mající konečný objem. Představoval si ho jako obrovskou trojrozměrnou varietu² s poloměrem $r > 0$ (srov. obr. 1)

$$\mathbb{S}^3 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{E}^4 \mid x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = r^2\}, \quad (1)$$

kteřá má v každém bodě a každém směru³ stejnou křivost $1/r$ (podobně \mathbb{E}^3 má v každém bodě a každém směru nulovou křivost). To umožňuje modelovat vysokou homogenitu a izotropii vesmíru na velkých prostorových škálách. Na sféře \mathbb{S}^3 platí známá neeukleidovská eliptická geometrie.

Schwarzschild [1, s. 67] dokonce uvažoval i o maximálně symetrickém vesmíru s hyperbolickou geome-



Obr. 1 Jednotková kružnice vlevo je sféra $\mathbb{S}^1 = \{(x, y) \in \mathbb{E}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$. Povrch jednotkové koule vpravo je sféra $\mathbb{S}^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{E}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

trií, který se pro $r > 0$ obvykle modeluje nadplochou (srov. obr. 2 a [1, s. 826])

$$\tilde{\mathbb{H}}^3 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{E}^4 \mid x^2 + y^2 + z^2 - w^2 = -r^2\} \quad (2)$$

s Minkovského metrikou. Pět dalších matematických modelů je popsáno v [2]. Zdůrazněme, že w ve vztahu (2) není čas, jak by se mohlo zdát z často užívaného a matoucího označení $t = w$ (viz např. [3, s. 95]). Kdyby totiž w byl čas, tak pak by příslušná prostorová varieta $w = \text{konst.}$ měla dimenzi jen 2 a nemohla by modelovat skutečný vesmír.

Hyperbolickou geometrii vesmíru si lze jen velice obtížně představit. Již v roce 1901 David Hilbert dokázal, že neexistuje izometrické vložení⁴ hyperbolické roviny \mathbb{H}^2 do trojrozměrného prostoru \mathbb{E}^3 (viz [4]), za-

1 Objev a rozvoj neeukleidovských geometrií v průběhu 19. století je podrobně popsán v přehledovém článku [2].

2 Připomeňme, že n -rozměrná varieta je množina bodů takových, že pro každý její bod existuje otevřené okolí, které lze spojitě zobrazit na otevřenou množinu v \mathbb{E}^n , přičemž i inverze je spojitá.

3 Křivost hladké n -rozměrné (nad)plochy v \mathbb{E}^{n+1} v daném bodě a daném směru je rovna převrácené hodnotě poloměru příslušné oskulační kružnice. Pokud oskulační kružnice má nekonečný poloměr, je křivost nulová.

4 Izometrie je spojitě zobrazení $f: M \rightarrow M$, jehož inverze existuje a je také spojitá, zachovávající na varietě M vzdálenosti. Jinými slovy $\rho(f(A), f(B)) = \rho(A, B)$ pro všechna $A, B \in M$ kde ρ je metrika na M .

» Převahu červených kosmologických posuvů nad modrými objevil Vesto M. Slipher. «

tímco sféra \mathbb{S}^2 je izometricky vložena do \mathbb{E}^3 (viz obr. 1). Maximálně symetrickou varietu \mathbb{H}^2 , resp. \mathbb{H}^3 lze však izometricky vložít do \mathbb{E}^6 , resp. \mathbb{E}^{12} a zatím není známo, zda lze tyto vysoké dimenze snížit [5].

Standardní matematický kosmologický model

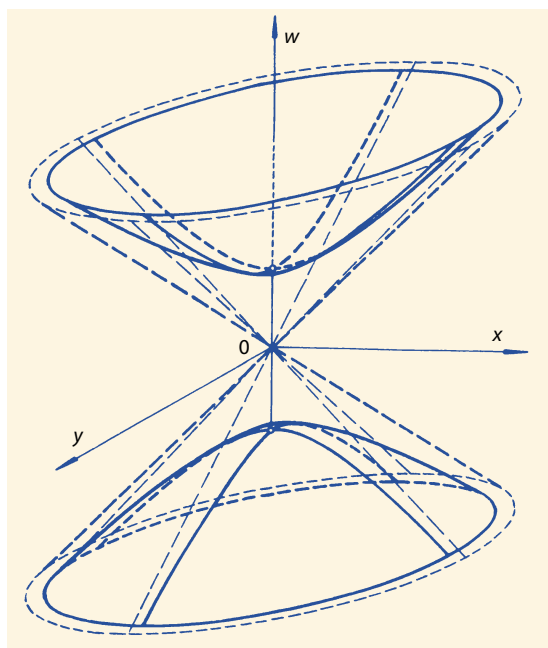
Podle *Einsteinova kosmologického principu* (viz [6]) je vesmír na velkých prostorových škálách pro pevný čas homogenní a izotropní. Homogenita je vyjádřena translační symetrií (tj. vesmír má v každém bodě stejnou hustotu, tlak, teplotu apod.), zatímco izotropie je vyjádřena rotační symetrií (tj. v žádném bodě nejsou preferované směry a pozorovatel není schopen rozlišit jeden směr od druhého pomocí lokálních fyzikálních měření). Proto se vesmír pro pevný čas modeluje pomocí maximálně symetrických variet \mathbb{S}^3 , \mathbb{E}^3 a \mathbb{H}^3 .

V roce 1922 Alexander Friedmann [7] odvodil ze soustavy deseti Einsteinových rovnic⁵ pro dokonale symetrický vesmír, který je homogenní a izotropní pro každý pevný časový okamžik, nelineární diferenciální rovnici 1. řádu pro neznámou dostatečně hladkou *expanzní funkci* $a = a(t) > 0$ popisující rozpínání vesmíru

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} + \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{kc^2}{a^2}, \quad (3)$$

kde tečka označuje časovou derivaci, $\rho = \rho(t) > 0$ střední hustotu látky ve vesmíru v čase t , $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ gravitační konstantu, Λ kosmologickou konstantu, $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ rychlost světla ve vakuu, k/a^2 je prostorová křivost⁶ a k je index křivosti (normalizovaná křivost). Hodnota $k = 1$ odpovídá nad-

- 5 K odvození (3) Friedmann vlastně využil jen složku 00 metrického tenzoru a tenzoru energie hybnosti. Pomocí stopy složek 11, 22 a 33 lze odvodit ještě další lineární diferenciální rovnici 2. řádu pro expanzní funkci [8, s. 206].
- 6 Sekcionální křivost variety v daném bodě je funkcí dvou lineárně nezávislých vektorů v a w a vyjadřuje Gaussovu křivost dvojrozměrné podvariety s tečnými vektory v a w (viz [9], s. 143). Pokud je sekcionální křivost konstantní pro všechny takové dvojice, říkáme, že varieta má konstantní prostorovou křivost.



Obr. 2 Dvojdílný hyperboloid $x^2 + y^2 - w^2 = -1$ s imaginárním „poloměrem“ i , jak se uvádí ve starších publikacích.

sféře \mathbb{S}^3 s obecně proměnným poloměrem $r = r(t) = a(t)$. Příklad $k = 0$, který Friedmann v [7] neuvažoval, odpovídá \mathbb{E}^3 .

A. Friedmann⁷ tak popsal dynamické chování vesmíru jako alternativu proti Einsteinově stacionárnímu vesmíru [12]. O dva roky později publikoval další článek, kde připouští i záporný index křivosti $k = -1$, ale rovnici (3) odvozuje pouze pro zápornou hustotu hmoty (viz [13, s. 2006]) a není jasné, jak tento paradoxní předpoklad splnit. Naštěstí lze rovnici (3) studovat i pro $k = -1$ a $\rho \geq 0$. V případě $k = -1$ se vesmír pro pevný čas t obvykle modeluje hyperbolickou nadplochou (2), která je ve starší literatuře občas chápána jako pseudosféra s imaginárním „poloměrem“ ir pro $r = a(t) > 0$ (srov. obr. 2). Ve standardním kosmologickém modelu může index křivosti nabývat pouze hodnot

$$k \in \{-1, 0, 1\}. \quad (4)$$

Kladnou kosmologickou konstantu Λ přidal Albert Einstein do rovnic obecné teorie relativity v roce 1917, aby zabránil gravitačnímu kolapsu a zachránil tak svůj model stacionárního vesmíru [13]. Pro rovnici (3) ale výsledné řešení není stabilní, tj. nepatrná odchylka od $a(t) \equiv \text{konst.}$ způsobí buď gravitační kolaps, anebo naopak expanzi [14, s. 746]. I když byla obecná teorie relativity vytvořena, aby vysvětlila rozmanité paradoxy Newtonovy teorie gravitace pro velké rychlosti, hmotnosti, hustoty apod., lze Friedmannovu rovnici (3) pro $\Lambda = 0$ také formálně odvodit z Newtonovy teorie (srov. [15]).

Kosmologické vzdálenosti objektů od nás se v pozorovatelném vesmíru obvykle charakterizují pomocí červeného posuvu $z = \lambda/\lambda_0 - 1$, kde λ_0 je vlnová délka určité spektrální čáry, jsou-li zdroj a pozorovatel vůči sobě v klidu, a λ je odpovídající měřená vlnová délka světla z pozorovaného nebeského objektu (kvasaru, galaxie, kupy galaxií apod.). Je-li $z < 0$, hovoříme o modrém posuvu. Převahu červených kosmologických posuvů nad modrými u nejjasnějších galaxií objevil Vesto M. Slipher [16] již v r. 1915. Tehdy ale ještě netušil, že jde o galaxie. První galaxii M31 mimo Mléčnou dráhu identifikoval Edwin Hubble až v roce 1924.

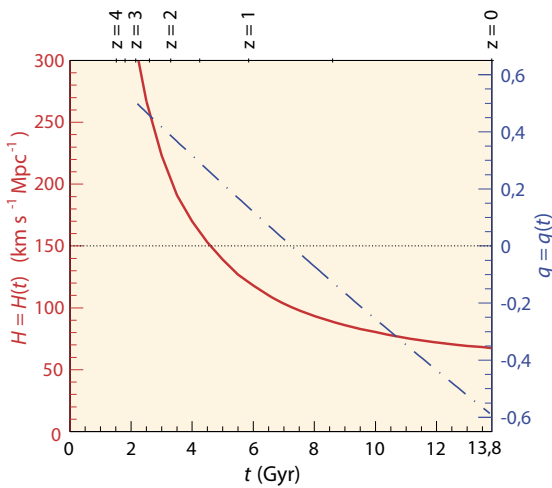
V roce 1929 Hubble zjistil (viz [17]), že se vesmír na velkých prostorových škálách rozpíná a že rychlost vzdalování galaxií v od naší Galaxie je přibližně úměrná jejich vzdálenosti d , tj.

$$v \approx H_0 d, \quad (5)$$

kde H_0 je *Hubbleova konstanta*.⁸ Její současná hodnota je

7 Friedmann dokonce jako první přišel s myšlenkou, že vesmír mohl mít v hodně dávnej minulosti „nulový poloměr“ (viz [7, footnote 11]). Teorii velkého třesku pak rozvinul Georges E. Lemaître [10]. Jeho teorie je i v dnešní době v souladu s červeným kosmologickým posuvem galaxií a jejich zdatelnou evolucí v kosmologických vzdálenostech, s charakterem reliktního mikrovlnného záření a s existencí primordiálních lehkých prvků (zejména helia a lithia), které vznikly během několika prvních minut existence vesmíru [11].

8 Studium rychlostí 22 galaxií E. Hubble zjistil v článku [17], že $H_0 = 550 \text{ km}/(\text{s Mpc})$, kde $1 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$. Hubbleovu konstantu ale nezavedl poprvé Hubble, jak se často tvrdí. Již v roce 1927 G. Lemaître uvádí v [10, s. 56] její hodnotu $625 \text{ km}/(\text{s Mpc})$. Vypočítal ji ze Strömbergova seznamu [18, s. 200], červených a modrých kosmologických posuvů extragalaktických mlhovin po odečtení rychlosti sluneční soustavy vzhledem k Mléčné dráze.



Obr. 3 Průběh Hubbleova parametru $H = H(t)$ podle modelu z [23] je vyznačen plnou čarou. Na spodní vodorovné ose je čas v miliardách let od velkého třesku a na horní vodorovné ose je odpovídající červený kosmologický posuv z . Zdůrazníme, že hodnoty $H = H(t)$ nejsou naměřená data, ale jen extrapolované hodnoty z Friedmannova modelu pro $\Omega_M = 0,317$ a $\Omega_\Lambda = 0,683$ z (10) a $H_0 = 67,15$ km/(s Mpc). Čerchovaně je znázorněn průběh tzv. deceleračního parametru $q = -\dot{H}/H^2$, který byl odvozen pomocí numerického derivování funkce $H = H(t)$.

$$H_0 \approx 70 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1} \approx 2,33 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}. \quad (6)$$

Ve zprávě [19, s. 30] se uvádí několik dalších možných hodnot, např.

$$\begin{aligned} H_0 &= 67,3 \pm 1,2 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1} \\ a H_0 &= 73,8 \pm 2,4 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}, \end{aligned} \quad (7)$$

kteří jsou patrně zatíženy velkými systematickými chybami. Protože ale v minulosti byla rychlost rozpínání vesmíru větší (srov. obr. 3), zavádí se tzv. *Hubbleův parametr*

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (8)$$

tak, aby $H(t_0) = H_0$, kde t_0 je stáří vesmíru. Funkci $a = a(t)$ se také někdy říká *škálovací parametr*. Protože $H_0 > 0$, je $a = a(t) > 0$ podle (8) v současnosti rostoucí. Funkce $a = a(t)$ vystupuje též ve Friedmannově-Lemaîtreově-Robertsonově-Walkerově metrice, která definuje odpovídající prostorčasovou varietu (viz [20, 21]).

Určit stávající hodnotu Hubbleova parametru $H(t)$ není snadné, protože se vždy díváme do minulosti. V našem blízkém okolí je měření $H_0 = H(t_0)$ zkruseno lokálními pohyby galaxií. Na druhé straně, na základě dat z hodně vzdálených objektů, je zase obtížné spolehlivě extrapolovat současnou hodnotu H_0 Hubbleovy konstanty (např. z hodnot reliktního mikrovlnného záření, které k nám putuje více než 13 miliard let, viz [22, s. 40]).

Podivné chování kosmologických parametrů

Vydělme rovnici (3) čtvrcem $H^2 = (\dot{a}/a)^2 \geq 0$ tak, jak se to v kosmologické literatuře běžně dělá, tj. bez varování se eventuálně dělí nulou, což může vést k rozmanitým paradoxům. Pak pro všechna t dostaneme rovnost pro tři bezrozměrné parametry

$$1 = \Omega_M(t) + \Omega_\Lambda(t) + \Omega_K(t), \quad (9)$$

kde

$$\begin{aligned} \Omega_M(t) &= \frac{8\pi G\rho(t)}{3H^2(t)} > 0, \quad \Omega_\Lambda(t) = \frac{\Lambda c^2}{3H^2(t)}, \\ \Omega_K(t) &= \frac{kc^2}{\dot{a}^2(t)}, \end{aligned} \quad (10)$$

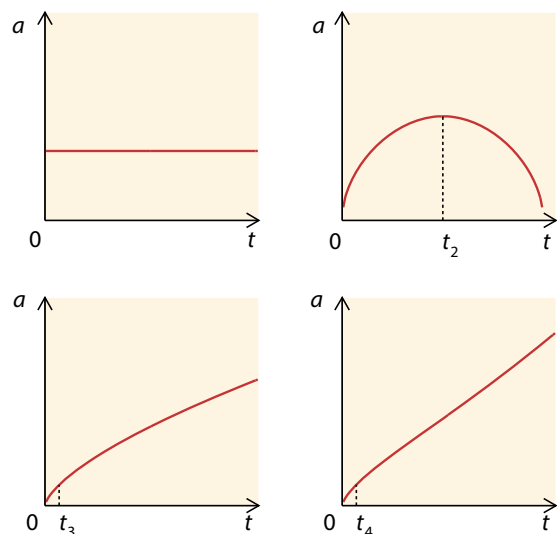
Ω_M je parametr hustoty temné a baryonové hmoty, Ω_Λ je parametr hustoty temné energie a Ω_K je parametr hustoty prostorové křivosti [20; 24, s. 71].

1. Podívejme se nejprve na chování kosmologických parametrů v případě Einsteinova stacionárního vesmíru, kde $\dot{a}(t) = 0$ pro všechna t (srov. obr. 4). Pak z (8) máme $H(t) = 0$. I když se nic dramatického neděje, je tedy podle (10) parametr hustoty hmoty $\Omega_M(t) = \infty$ pro všechna t . Správně bychom měli psát, že není dobře definován. Rozumně zavedené fyzikální veličiny by neměly nabývat nekonečných hodnot.

2. Uvažujme další klasický model tzv. cyklického nebo též oscilujícího či pulzujícího vesmíru, kdy se expanze vesmíru zastaví v čase $t_2 > 0$, a pak následuje období smršťování (viz obr. 4). Pak $\dot{a}(t_2) = 0$ a podle (10) pro $\Lambda > 0$ je parametr hustoty temné energie, která má rozpínání vesmíru urychlovat, roven $\Omega_\Lambda(t_2) = \infty$. Vesmír se přitom začne smršťovat. I v bezprostředním okolí bodu t_2 , kdy nedělíme nulou, je chování kosmologických parametrů přinejmenším zvláštní, protože jejich hodnoty rostou nade všechny meze.

3. V modelu vesmíru s nulovou kosmologickou konstantou a $k = -1$ se předpokládá, že expanzní funkce roste do nekonečna pro $t \rightarrow \infty$ a že je ryze konkávní pro $t > t_3 > 0$ (viz obr. 4 a [14, s. 735]). Tedy derivace \dot{a} i její čtverec jsou klesající funkce. Podle (10) parametr hustoty prostorové křivosti $\Omega_K > 0$ roste pro $t \rightarrow \infty$, zatímco prostorová křivost k/a^2 se blíží k nule. Z bodů 1–3 je patrné, že všechny tři kosmologické parametry hustoty (10) nemají vhodné pojmenování.

4. Ještě podivnější chování parametru Ω_K dostaneme pro současně uznávaný průběh expanzní funkce. Podobně jako v předchozím bodě budeme uvažovat jen $t > t_4 > 0$, kde t_4 je doba vzniku reliktního záření. Podle



Obr. 4 Expanzní funkce pro stacionární vesmír, cyklický vesmír, vesmír s nulovou kosmologickou konstantou a pro předpokládané rozpínání vesmíru s kladnou kosmologickou konstantou podle souborých poznatků.

» Pro Einsteinův stacionární vesmír je parametr hustoty hmoty nekonečný. «

» Friedmannova rovnice byla odvozena pomocí dosti nekorektní extrapolace. «

měření [25] nositelů Nobelovy ceny za rok 2011 je expanzní funkce $a(t)$ ryze konkávní⁹ na intervalu cca $(t_4, 9)$ Gyr a pak přechází na ryze konvexní funkci na intervalu cca $(9, 14)$ Gyr, tj. funkce \dot{a} je nejprve klesající funkce a pak rostoucí (viz obr. 4). Odtud podle (10) plyne, že parametr hustoty křivosti $\Omega_K(t)$ není monotónní funkce, i když se vesmír neustále rozpíná. Přitom absolutní hodnota hustoty prostorové křivosti $|\Omega_K| > 0$ na intervalu $(t_4, 9)$ Gyr roste pro $k \neq 1$, zatímco prostorová křivost se blíží nule se vzrůstajícím časem. Opět vidíme, že parametr hustoty křivosti Ω_K není šťastně pojmenován. Planck Collaboration [19] nazývá Ω_K *curvature parameter*.

Nekorektní extrapolace

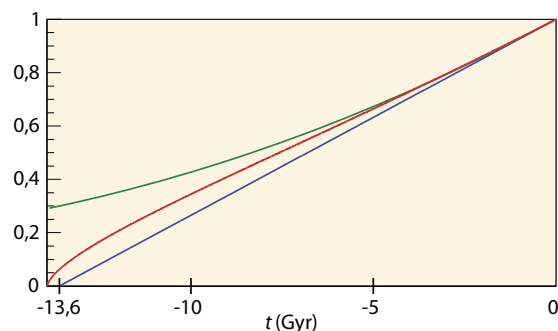
Každá rovnice matematické fyziky *bez výjimky* má svá ohraničení na velikosti vyšetřovaných objektů. Například standardní stacionární či nestacionární rovnice vedení tepla velice dobře aproximuje skutečnou teplotu v pevných látkách o rozměrech srovnatelných s jedním metrem, o čemž se lze přesvědčit měřeními. Kdybychom ale rovnici vedení tepla použili na atomární úrovni v krychličce o hraně 10^{-10} m, dostaneme zjevné nesmysly, stejně tak jako v krychli o hraně 10^{10} m (tj. sedminásobku průměru Slunce), která by teoreticky okamžitě zkolabovala do černé díry. Totéž platí i pro rovnice pružnosti, polovodičové rovnice, Navierovy-Stokesovy rovnice proudění, Maxwellovy rovnice, Kortwegovy-de Vriesovy rovnice atd. Podobně nemůžeme používat Keplerovy zákony na škálách 10^{-10} m, nebo naopak Schrödingerovu rovnici na objekty o velikosti kočky. Podobná ohraničení platí i pro extrapolace na dlouhých časových intervalech. Např. problém tří a více těles na škálách Gyr nepopisuje realitu věrně a jeho řešení připomíná spíše předpověď počasí na mnoho měsíců dopředu. Při jakémkoliv výpočtu je proto třeba starat se o chybu modelu.

Při odvozování Friedmannovy rovnice se však Einsteinovy rovnice obsahující mj. Newtonovu gravitační konstantu G použijí na celý vesmír. To se bere jako samozřejmost a jen málokdo si klade otázku, zda je vůbec oprávněné provádět takové směle a ničím nepodložené extrapolace, když je obecná teorie relativity zatím „prověřena“ jen na mnohem menších prostoročasových škálách (ohyb světelných paprsků a zpomalování elektromagnetických vln v gravitačním poli Slunce, strhávání prostoročasu rotující Zemí, Lenseův-Thirringův precesní efekt, stáčení perihelia dráhy Merkuru apod.). Přitom galaxie mají rozměr řádově 10^{10} astronomických jednotek, což jsou objekty podstatně menší než vesmír, jehož rozměr je ještě alespoň o šest řádů větší. Friedmannova rovnice (3) tak byla odvozena pomocí dosti nekorektní extrapolace.

Ve standardním modelu se přesto s oblibou provádějí nejrůznější „choulostivé“ limity $a \rightarrow 0$, $t \rightarrow 0$, $a \rightarrow \infty$, $t \rightarrow \infty$, ... [14, 20, 26]. Odtud se pak odvozuje, kolik je ve vesmíru temné hmoty a temné energie, stáří vesmíru 13,82 Gyr se určuje na čtyři platná místa¹⁰

9 Podle teorie inflace se vesmír během krátkého okamžiku po velkém třesku rozpínal exponenciálně, tj. expanzní funkce $a = a(t)$ byla zprvu ryze konvexní.

10 Stáří některých malých hvězd v naší Galaxii se přitom odhaduje alespoň na 13,6 Gyr nezávisle na kosmologických modelech [27]. Stačily se však tyto hvězdy zformovat za pouhých cca 220 milionů let? Podle soudobých modelů



Obr. 5 Dolní graf odpovídá lineární funkci $1 + H_0(t - t_0)$ z Taylorova rozvoje (11), kde $1/H_0 = 13,6$ Gyr je tzv. Hubbleův čas. Horní graf odpovídá prvním třem členům Taylorova rozvoje (až po kvadratický člen) s $q_0 = -0,6$. Prostřední graf znázorňuje předpokládaný průběh normalizované expanzní funkce $a(t)/a(0)$ získané zpětnou integrací (8) podle modelu z [23]. Hodnoty na horizontální ose jsou v miliardách let a na vertikální ose jsou bezrozměrná čísla. Časová proměnná je pro větší přehlednost posunuta tak, aby čas $t_0 = 0$ odpovídal současnosti. Vidíme, že zrychlená expanze se jen velice nepatrně odlišuje od lineárního rozpínání během několika posledních miliard let.

[19] a dělají se závěry o vývoji vesmíru v hodně vzdálené budoucnosti, např. [26, s. 230]. Přitom zatím byly s poměrně velkou chybou změřeny jen dva koeficienty $H_0 = H(t_0)$ (viz (7)) a $q_0 = q(t_0) \approx -0,6$ (viz [25]) v Taylorově rozvoji expanzní funkce

$$a(t) = a(t_0) + \dot{a}(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}\ddot{a}(t_0)(t - t_0)^2 + \dots \quad (11) \\ = a(t_0)(1 + H_0(t - t_0) - \frac{1}{2}q_0H_0^2(t - t_0)^2 + \dots),$$

kde *decelerační parametr* $q = -\ddot{a}a/(\dot{a})^2$ závisí na *druhých* derivacích expanzní funkce.¹¹ První tři členy Taylorova rozvoje v bodě t_0 odpovídajícímu současnosti však obecně nemohou dobře popisovat chování expanzní funkce v daleké minulosti (viz obr. 5). Nemůžeme ani spolehlivě odhadnout velikost zbytku Taylorovy řady na celém definičním oboru, protože první derivace expanzní funkce nabývaly obrovských hodnot těsně po vzniku vesmíru.

Protože součin $\rho(t)a^3(t)$ je konstantní v době, kdy látka dominuje nad zářením, Friedmannova rovnice (3) nabývá ekvivalentního tvaru

$$\dot{a}^2 = Aa^2 + B + \frac{C}{a} \quad (12)$$

s časově nezávislými konstantními koeficienty $A = \Lambda c^2/3$, $B = -kc^2$ a $C > 0$. Protože známe podmínku $\dot{a}(t_0)/a(t_0) = H_0$ odpovídající současnosti, lze rovnici (12) řešit v čase dopředu i dozadu. Přitom pro dobu, kdy záření dominuje nad látkou, tj. 380 000 let po velkém třesku, se na pravou stranu rovnice (12) přidává ještě člen D/a^2 . Z velice jednoduché obyčejné diferenciální rovnice, jakou je (12), bychom ale neměli dělat rozhodné závěry o expanzi skutečného vesmíru v daleké minulosti i budoucnosti.

Dále je třeba zdůraznit, že Friedmannova rovnice (3) byla odvozena pouze pro gravitační interakci. Krátce po vzniku vesmíru však jistě hrály nezanedba-

vzniku hvězd musela oblaka molekulárního vodíku nejprve zchladnout na teplotu cca 10 K, aby gravitace začala dominovat nad tlakem.

11 Původně se kosmologové domnívali, že se rozpínání vesmíru zpomaluje. Proto nezavedli akcelerační parametr, ale parametr decelerační (parametr zpomalení).

telnou úlohu elektromagnetické síly téměř o 40 řádů větší a předtím ještě větší jaderné síly, které podstatně ovlivnily počáteční průběh expanzní funkce. I když se na velkých urychlovacích snažíme studovat negravitační interakce, nevíme, jak se chovaly v extrémně silném gravitačním poli bezprostředně po velkém třesku.

Nejednoznačnost pojmu vesmír

Termín vesmír se v kosmologii používá v různých významech: skutečný prostoročas, skutečný prostor (tj. prostoročas pro pevný čas) a pozorovatelný vesmír, který vlastně vidíme jen v projekci na nebeskou sféru. To jsou tři zcela odlišné objekty. Jejich matematické modely jsou také tři naprosto rozdílné variety (viz obr. 6). Dohromady je to tedy šest různých objektů, pro něž zatím bohužel nemáme ustálenou českou terminologii. První tři obsahují skutečnou hmotu, zatímco další tři jsou jen abstraktní matematické idealizace.

V souladu s Einsteinovým kosmologickým principem budeme v tomto článku pod *vesmírem* rozumět řez skutečným prostoročasem odpovídající pevnému časovému okamžiku (tj. vesmír bude izochrona v prostoročasu pro $t = \text{konst.}$). Například pro kladný index křivosti je odpovídající matematický model vesmíru nadplocha S^3 pro pevné $r = r(t) > 0$, což je trojrozměrná varieta ve čtyřrozměrném eukleidovském prostoru \mathbb{E}^4 (srov. obr. 1). Model odpovídajícího prostoročasu v \mathbb{E}^5 má dimenzi 4 a model pozorovatelného vesmíru má dimenzi 3 (srov. obr. 6).

Všech šest výše uvedených objektů, pro které se v literatuře užívá termín „vesmír“, je třeba důsledně rozlišovat, jinak může dojít k řadě nedorozumění. Pozorovatelný vesmír totiž není homogenní, protože má pro různé červené kosmologické posuvy z různou hustotu, a je to tedy zcela odlišný objekt než vesmír jako samotný prostor. Nesprávně se např. někteří kosmologové pokoušejí ve viditelném vesmíru odhadnout úhly α, β, γ v nějakém obrovském trojúhelníku, aby pomocí součtu $\alpha + \beta + \gamma$ určili sférickou, eukleidovskou či hyperbolickou topologii skutečného vesmíru. Vyšetřovaný trojúhelník se musí uvažovat ve vesmíru, ze kterého ale vlastně vidíme jen bezprostřední okolí (přísně vzato pouze jediný bod, v němž se právě nacházíme), což stanovení úhlů znemožňuje.

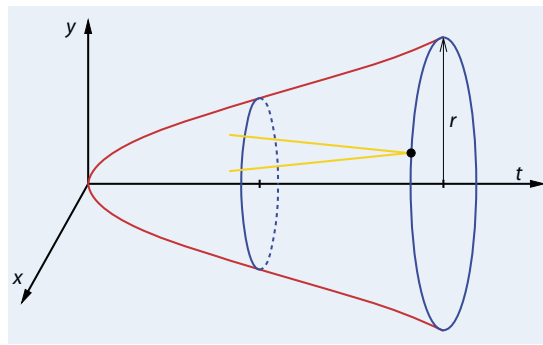
Temná hmota může být jen chybou modelu

Podle metody baryonových akustických oscilací a nedávných měření sondy Planck [19, s. 11] a [22] je parametr hustoty hmoty standardního kosmologického modelu roven

$$\Omega_M \approx \Omega_{DM} + \Omega_{BM} \approx 0,32, \quad \Omega_{DM} \approx 0,27, \quad \Omega_{BM} \approx 0,05, \quad (13)$$

tj. cca 27% připadá na temnou hmotu (DM) a 5% na baryonovou hmotu (BM), z níž méně než 1% je svítící látka. I když model vznikl značně nekorektní extrapolací, a proto patrně není v pořádku, temná hmota může přesto existovat. Vědecké výsledky ale musejí být nezávisle verifikovatelné. V této a následující kapitole se proto pokusíme nastínit, proč je uváděný poměr 27:5 množství temné hmoty ku baryonové hmotě značně nadsazený. Budeme studovat galaxie a jejich kupy, což jsou mnohem menší objekty než celý vesmír.

Existenci temné hmoty předpověděl v roce 1933 Fritz Zwicky, když objevil velké rychlosti galaxií v galaktické kupě A1656 v souhvězdí Vlasy Bereniky [28].



Obr. 6 Červeně je vyznačen model prostoročasu pro $k = 1$, modře odpovídající prostor (tj. model vesmíru) pro různé časové okamžiky a model pozorovatelného vesmíru je žlutě. Vše je zredukované o dvě prostorové dimenze.

Pomocí klasické Newtonovy mechaniky odvodil velice jednoduchý vztah pro tzv. viriálovou hmotnost kupy

$$M = \frac{5Rv^2}{3G}, \quad (14)$$

kde $v = 1\,686$ km/s je střední kvadratická rychlost galaxií vzhledem k těžišti kupy a $R = 4,58 \cdot 10^{22}$ m je její poloměr podle současných dat [29]. Vztah (14) tak dává téměř desetkrát více viriálové hmotnosti

$$M = 3,25 \cdot 10^{45} \text{ kg},$$

než je hmotnost

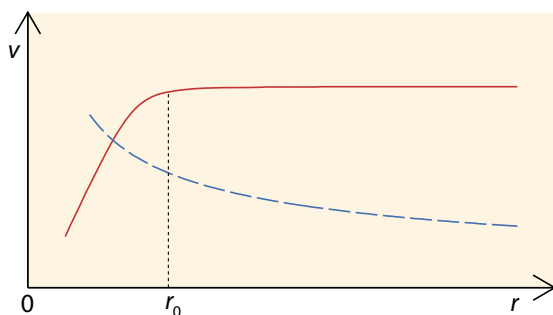
$$\mathcal{M} \approx 3,3 \cdot 10^{44} \text{ kg}$$

svítící látky odhadnutá z Pogsonovy rovnice, viz [8] nebo [29]. Zwicky v [28, 30] dokonce odvodil o více než dva řády větší hmotnost M než \mathcal{M} . Můžeme ale na základě tak jednoduchého algebraického vzorečku, jakým je (14), tvrdit, že temná hmota existuje?

Zwicky si byl dobře vědom, že musí udělat celou řadu zjednodušení, aby vůbec něco spočítal. Například předpokládal, že galaxie jsou rozloženy zcela rovnoměrně, že viriálová věta platí přesně, že se gravitace šíří nekonečnou rychlostí. Časoprostor zakřivený tisíci galaxií nahradil eukleidovským prostorem. Galaxie o průměru cca 10^{10} au zaměnil hmotnými body. Taková aproximace ovšem znemožňuje uvažovat momenty hybnosti rotujících galaxií, které jistě přispívají k celkovému momentu hybnosti. Rovněž nelze uvažovat působení slapových sil mezi galaxiemi.

Jestliže tedy budeme postulovat existenci temné hmoty pomocí současných dat dosazených do vztahu (14), který byl odvozen za mnoha zjednodušujících předpokladů (jejich přehled uvádíme v [8] a [29]), dopustíme se jistě velké chyby modelu. Pokud však budeme uvažovat neuniformní rozložení galaxií, relativistické efekty vysokých rychlostí galaxií, červený gravitační posuv, gravitační čočkování, klesající hodnotu Hubbleova parametru (viz obr. 5), gravitační aberaci, konečnou rychlost šíření gravitační interakce, zakřivený prostoročas, vliv temné energie aj., lze hmotnost (14) snížit o více než 50% (podrobnosti uvádíme v [8, 29, 31]), tzn. že celková hmotnost kupy je nejvýše pětkrát větší než hmotnost její svítící látky. Poměrně nedávno se zjistilo [32], že mezigalaktický prostor kupy obsahuje 30–50% hvězd z celkového počtu všech hvězd kupy a alespoň 5krát větší množství nesvítící baryonové hmoty ve formě horkého plynu emitujícího rentgenové záření než baryonové hmoty obsažené v galaxiích

» Původně se kosmologové domnívali, že se rozpínání vesmíru zpomaluje. «



Obr. 7 Čárkovaně je znázorněn pokles rychlosti keplerovských drah v závislosti na vzdálenosti r od středu spirální galaxie. Plná čára ukazuje idealizovanou rotační křivku (plochou pro $r > r_0$), jejíž tvar objevila Vera Rubinová.

(viz [33, 34]). Zwicky m pozorované vysoké rychlosti galaxií tak mají zcela přirozené vysvětlení jen pomocí baryonové hmoty.

Uvedme si další konkrétní příklad, kde vystačíme jen s baryonovou hmotou a ani nemusíme používat populární modifikovanou Newtonovu dynamiku MOND.

Ploché rotační křivky spirálních galaxií

Vera Rubinová objevila, že spirální galaxie mají „ploché“ rotační křivky (viz [35]). Na základě toho pak v 70. letech minulého století rozpracovala vlastní teorii rotačních křivek galaxií. Zdálo se jí, že hvězdy obíhají kolem středu galaxií příliš rychle. Z toho usoudila, že by galaxie měly obsahovat mnohem více nesvítící látky než svítící, aby vůbec držely gravitačně pohromadě.

Podívejme se nyní podrobněji na její hypotézu. Uvažujme bodovou testovací částici o hmotnosti m (typicky se bude jednat o hvězdu) a necht $M \gg m$ je hmotnost dalšího hmotného bodu generujícího pole centrální síly. Předpokládejme, že testovací částice obíhá kolem středu po kruhové orbitě o poloměru r rychlostí v . Pak z Newtonova gravitačního zákona a vztahu pro dostředivou sílu Rubinová [36] snadno odvodila, že

$$G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \text{ tj. } v = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \quad (15)$$

Rychlost v částice na kruhové orbitě je tedy úměrná $r^{-1/2}$. Takové dráhy se nazývají *keplerovské* (viz obr. 7). Podle Very Rubinové [37, s. 491] *rotační křivky galaxií jsou ploché a neklesají „keplerovsky“, jak by měly.*

Pro vysvětlení tohoto paradoxu je ale důležité uvědomit si, že spirální galaxie nemají pole centrální síly kromě blízkého okolí středu, kde např. v naší Galaxii hvězdy S1, S2, ... obíhají centrální černou díru podle Keplerových zákonů. Hmotnost této díry je zhruba 3,5 milionu hmotností Slunce, což je méně než jedno procento celkové hmotnosti galaxie. Ve sluneční soustavě je naopak 99,85 % hmotnosti soustředěno ve Slunci. Planety se gravitačně téměř neovlivňují a jejich pohyb je určován především centrální silou Slunce. Naproti tomu dráhy hvězd v galaktickém disku jsou podstatně ovlivňovány zejména sousedními hvězdami, protože centrální výdut obsahuje jen cca 10 % všech hvězd Galaxie. Keplerovský pokles rotačních křivek tedy není opodstatněn.

Označme $M(r)$ hmotnost baryonové látky uvnitř koule o poloměru r se středem v centru Galaxie. Vera Rubinová [35, s. 7] zjistila u okolních spirálních galaxií

téměř konstantní rychlosti hvězd řádu $v \approx 200$ km/s pro $r > r_0$, kde r_0 je typicky několik kpc (viz obr. 7).¹² Poloměr viditelné části disku naší Galaxie se odhaduje na

$$R = 16 \text{ kpc} = 4,938 \cdot 10^{20} \text{ m} \quad (16)$$

a Slunce obíhá její střed rychlostí

$$v_{\odot} = 230 \text{ km/s} \quad (17)$$

zhruba v polovině poloměru R . Hvězdy obíhající ve vzdálenosti $r > r_0 \approx 3$ kpc by měly mít podobnou rychlost jako v_{\odot} vzhledem k očekávané ploché rotační křivce (viz obr. 7).

Zatímco koncem minulého století se soudilo, že červených trpaslíků jsou pouhá 3 % z celkového počtu hvězd [38, s. 93], dnes se odhaduje, že je jich kolem 70 %. Vera Rubinová samozřejmě nemohla vědět o existenci tolika červených trpaslíků. Za tento dramatický nárůst vděčíme stále se zlepšující citlivosti kosmických teleskopů. Tím se ale podstatně zvýšila odhadovaná baryonová hmotnost Galaxie. Označíme-li $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$ kg hmotnost Slunce, pak podle [39, s. 393–394] baryonová hmotnost všech cca 400 miliard hvězd v Galaxii činí

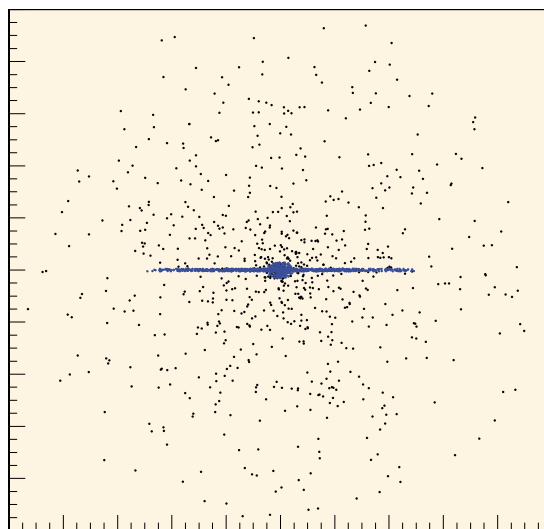
$$175 \cdot 10^9 M_{\odot} = 3,5 \cdot 10^{41} \text{ kg}.$$

Tato hodnota se opírá o data z našeho blízkého okolí získaná družicí Hipparcos.¹³ Zatím bohužel neumíme spolehlivě určit, kolik činí příspěvek k $M(R)$ od černých děr, infračervených trpaslíků (červenohnědých, hnědých a černých), exoplanet, bludných planet apod., jejichž svítivost je malá. V disku a ve výduti se také nachází velké množství nesvítící baryonové látky ve formě prachu, plynu a plazmatu (viz obr. 8). V práci [39, s. 353] se množství mezihvězdné látky (bez hypotetické temné hmoty) odhaduje na cca 10 % celkové hmotnosti hvězd. Tedy

$$M(R) \geq 3,85 \cdot 10^{41} \text{ kg}. \quad (18)$$

12 Na poloměrech menších než r_0 spirální galaxie rotuje přibližně konstantní úhlovou rychlostí jako gramofonová deska.

13 Harvardská spektrální klasifikace (en.wikipedia.org/wiki/Stellar_classification) uvádí podobná data, která budou dále zpřesňována pomocí dat z družice Gaia, jež dohlédne až ke středu Galaxie i opačným směrem na její okraj. Přesnost měření však podstatně závisí na magnitudě i extinkci.



Obr. 8 Schematické znázornění spirální galaxie z boku. Centrální sférickou výdut obklopuje plochý disk a řídké sférické symetrické halo vyplněné zejména neutrálním vodíkem a heliem, starými hvězdami a kulovými hvězdokupami.

Zkoncentrujme nyní baryonovou hmotu uvnitř koule o poloměru R do jednoho centrálního bodu, což je podle [40, s. 149] či [8, s. 31] ekvivalentní s koulí se sféricky rozloženou hustotou. Pak ze vztahů (15), (16) a (18) dostaneme, že oběžná rychlost hvězd na samém okraji viditelného disku je

$$v = \frac{GM(R)}{R} \geq \sqrt{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 3,85 \cdot 10^{41}}{4,938 \cdot 10^{20}}} = 228 \cdot 10^3 \text{ (m/s)}, \quad (19)$$

což je hodnota vskutku srovnatelná s naměřenou rychlostí (17). Nesvítilí hmota vně koule o poloměru R příliš neovlivní rychlost v (viz [40, s. 149]). I když je vztah (19) jen přibližný, postulovat existenci 5- až 6krát většího množství temné hmoty než baryonové hmoty, viz (13), aby se Galaxie nerozpadla a držela gravitačně pohromadě, se zdá být dosti nadhodnocené, viz též [41]. Podrobný odhad uvádíme v [8].

Ještě větší nesoulad v neprospěch temné hmoty dostaneme podle vztahu (19) pro sousední galaxii M31 v Andromedě, která má poloměr zhruba dvakrát větší a hmotnost třikrát větší než naše Galaxie. Naměřená orbitální rychlost hvězd mimo centrální výduť M31 je podle Rubinové opět kolem 230 km/s [35, s. 7].

Navíc platí věta, která podporuje pozorované vysoké rychlosti:

Částice obíhající hmotný bod po kruhové dráze o poloměru R má menší rychlost, než kdyby obíhala plochý disk o poloměru R a o stejné hmotnosti s libovolně rotačně symetricky rozloženou hustotou hmoty.

Důkaz je uveden v [8]. Zde jen naznačíme hlavní myšlenku. Uvažujme dva libovolné elementární objemy o hmotnostech $m_1 = m_2$ umístěné uvnitř koule zrcadlově symetricky podle roviny disku (viz obr. 9). Pak celková síla F působící na testovací částici o hmotnosti m bude menší než síla F_0 , kterou na m působí zprojektované elementární objemy. Označíme-li d vzdálenost mezi m_i a m a b její ortogonální projekci, pak

$$F = G \frac{2m_i m}{d^2} \cdot \frac{b}{d} \text{ a } F_0 = G \frac{2m_i m}{b^2}.$$

Vidíme tedy, že poměr sil F_0 a F je roven třetí mocnině podílu d/b (srov. obr. 9)

$$F_0 = \left(\frac{d}{b}\right)^3 F \geq F$$

a větší přitažlivá síla způsobuje větší oběžnou rychlost.

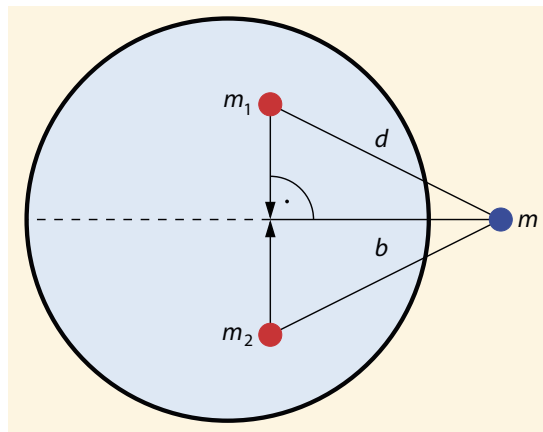
Temná energie versus kosmologická konstanta

Všeobecně panuje přesvědčení, že temná energie je jakási podivná substance, která je zodpovědná za zrychlující se rozpínání vesmíru. V soudobé kosmologii je nejvíce preferován tzv. Λ CDM model (angl. Lambda Cold Dark Matter model). Podle hodnot naměřených sondou Planck [19] je parametr současné hustoty temné a baryonové hmoty téměř 32% a parametr hustoty temné energie kolem 68%, protože

$$\Omega_M \approx 0,3175, \Omega_\Lambda \approx 0,6825, \Omega_K \approx 0. \quad (20)$$

Neřekne se však, jak se definují příslušná procenta, kdyby $\Lambda < 0$ nebo $\Omega_K < 0$.

K odvození vztahů (20) se používá metoda baryonových akustických oscilací [42] ve fluktuacích reliktního záření (viz obr. 10), které bylo po dobu více než 13



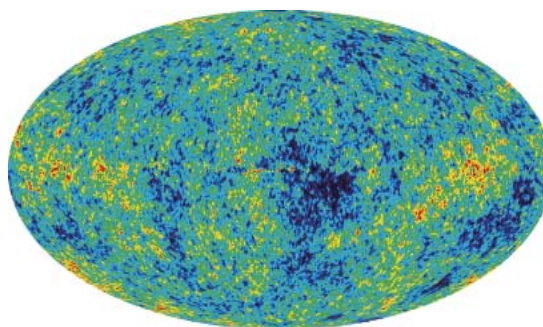
Obr. 9 Koule se symetricky rozloženou hmotou podle vodorovné roviny působí na testovací částici menší silou než celková hmotnost koule promítnutá kolmo do vodorovné roviny disku, která je znázorněna čárkovaná.

miliard let deformováno pomocí gravitačního čočkování galaxií a galaktických kup. Z takto zašuměných dat se pak prostřednictvím rovnice (3) provádí extrapolace do současnosti. Podle předchozích dvou kapitol je ale temná hmota (pokud vůbec existuje) podstatně méně než odpovídá pěti- až šestinásobku hmotnosti baryonové hmoty, viz (13). Proto ani hodnota $\Omega_\Lambda \approx 0,6825$ v čase $t_0 \approx 13,82$ Gyr patrně není ve shodě s realitou. Přitom by se správně mělo říkat, že odhadované stáří vesmíru odvozené z Λ CDM modelu pro parametry (20) je $t_0 \approx 13,82$ Gyr. Skutečné stáří může být zcela odlišné.

Ze vztahu (20) vidíme, že součet naměřených hodnot $\Omega_M(t_0)$ a $\Omega_\Lambda(t_0)$ je roven přibližně jedné. To nás ale ještě neopravňuje tvrdit, že podle (9) a (10) je $k = 0$, a tudíž že skutečný vesmír je plochý (tj. nekonečný eukleidovský), jak se v dnešní době často uvádí. I kdyby byl součet

$$\Omega_M(t_0) + \Omega_\Lambda(t_0) = 1,000\,000\,000\,000\,000\,001,$$

stále se bude jednat o ohraničený vesmír, který lze popsat sférou (1) s nepředstavitelně velkým poloměrem. Takový prostor je lokálně téměř eukleidovský, i když je stále jen konečný. Mezi konečným ohraničeným prostorem a nekonečným neohraničeným prostorem je ale obrovský rozdíl. Navíc sféra \mathbb{S}^3 má úplně jinou topologii než proklamovaný plochý vesmír \mathbb{B}^3 .



Obr. 10 Tvar fluktuací v teplotě reliktního je zakreslen gravitačním čočkováním bilionu galaxií pozorovatelného vesmíru. Nepatrné odchylky ve směru reliktních fotonů způsobené zejména rannými galaxiemi v průběhu miliard let značně narostou v rozpínajícím se vesmíru. Dalším zdrojem šumu je inverzní Comptonův jev způsobený horkým plynem v galaktických kupách (viz Planck 2013 results XVIII a XX).

» Kosmologická konstanta nemá rozměr hustoty energie v soustavě SI. «

Variety \mathbb{E}^3 a \mathbb{H}^3 mají nekonečný objem. Vesmír ale nemohl být po svém vzniku nejprve konečný, a pak se skokem změnit na nekonečný. Navíc si lze jen těžko představit, že by skutečný nekonečný vesmír měl v daném okamžiku po velkém třesku ve všech bodech stejnou teplotu, tlak, hustotu¹⁴ apod., jak požaduje kosmologický princip. To by se informace musela šířit nekonečnou rychlostí. Proto se nejpravděpodobnějším modelem našeho vesmíru jeví sféra \mathbb{S}^3 .

Protože levá strana rovnice (3) má fyzikální rozměr s^{-2} , má kosmologická konstanta Λ rozměr m^{-2} . Přesto se o ní hovoří jako o hustotě energie, která ale má v jednotkách SI zcela jiný rozměr, a sice $kg\ m^{-1}s^{-2}$. Ze vztahu (10) je patrné, že ve veličinách definujících parametr hustoty temné energie $\Omega_\Lambda(t)$ se kg vůbec nevyskytuje. Můžeme tedy vůbec hovořit o nějaké hustotě energie?

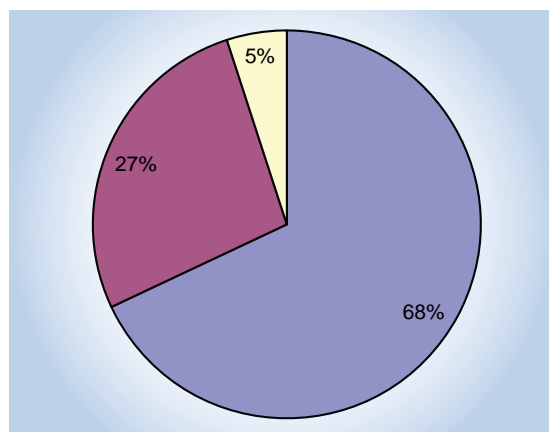
Snadno zjistíme, že výraz $c^4/G \cdot m^{-2}$ má fyzikální rozměr jako hustota energie $kg\ m^{-1}s^{-2}$. V soustavě $c = 1$ a $G = 1$ je to tak stejný rozměr, jako má Λ , protože můžeme kilogramy, sekundy a metry mezi sebou libovolně zaměňovat¹⁵ za použití vhodných multiplikativních konstant. Přechodem k této soustavě se samozřejmě řada výrazů zjednoduší. V rovnici (3) ale konstanty c a G jednotkové nejsou. Proto Λ nelze interpretovat jako hustotu energie v soustavě SI.

Jinou možností je uvažovat jen $c = 1$. V této soustavě lze definovat hustotu energie vztahem $\rho_\Lambda = \Lambda/(8\pi G)$, protože lze mezi sebou zaměňovat metry a sekundy. Opět se ale nejedná o hustotu energie v soustavě SI.

Proč by pouhá konstanta Λ měla věrně modelovat skutečnou zrychlenou expanzi vesmíru? Není to až příliš velké zjednodušení a hrubá aproximace? Standardní kosmologický model předpokládá, že se expanze vesmíru projevuje pouze globálně, a nikoliv lokálně. Podle [43, 44, 45, 46, 47, 48] se však temná energie projevuje i lokálně. Přitom lokální rychlost rozpínání je srovnatelná s Hubbleovou expanzí H_0 , viz [45]. K temné energii přispívá gravitační aberace (viz [46]), která má repulzivní charakter a ovlivňuje tedy zrychlující se rozpínání vesmíru. Nedá se však popsat jedinou konstantou, protože závisí na poloze i na čase. Její zprůměrované účinky přes prostor nejsou popsány žádnou

14 Tyto veličiny by navíc měly nabývat libovolně velkých hodnot v nekonečně mnoha bodech těsně po velkém třesku.

15 V této soustavě jsou síla, výkon či rychlost bezrozměrné veličiny, energii, ale i čas lze udávat v kilogramech apod.



Obr. 11 Podle nekorektně odvozené normalizované Friedmannovy rovnice je vesmír složen z 68% temné energie, 27% temné hmoty a jen necelých 5% atomární látky.

základní fyzikální konstantou, a tedy by se měla uvažovat spíše funkce $\Lambda = \Lambda(t)$ (podobně jako Hubbleův parametr $H(t)$ také na čase závisí).

Závěr

V soudobé kosmologii se často ztotožňuje model s realitou. Na základě standardního kosmologického modelu se pak dělají kategorické závěry, že je vesmír plochý a že je složen ze 68% temné energie, 27% temné hmoty a 5% baryonové látky. Přitom proklamovaná temná hmota i temná energie mohou být (alespoň částečně) jen důsledkem chyby Friedmannova modelu. Alexander Friedmann totiž použil Einsteinovy rovnice na celý vesmír. V roce 1922, kdy publikoval svůj slavný článek [7], samozřejmě nemohl mít tušení o skutečných rozměrech celého vesmíru, protože Edwin Hubble objevil galaxie až v roce 1924. Kosmologové přesto řeší velice přesně normalizovanou Friedmannovu rovnici (9) s přesností na 4 platná místa, viz (20), i když byla odvozena dosti nekorektními a obtížně verifikovatelnými extrapolacemi (viz obr. 11).

Proto je také třeba obezřetně přijímat výsledky složitých numerických simulací, které obvykle obsahují tisíce příkazových řádků kódu a snaží se prokázat, že bez temné hmoty by se galaxie nezformovaly tak rychle po velkém třesku (viz např. Millennium simulation).

Při čtení kosmologické literatury často není jasné, co je definice, co je předpoklad, co je tvrzení, co je experimentálně ověřený fakt, co je jen líbivá numerická simulace či uměle obarvený obrázek a co je realita. Řada definic je vágních. Navíc se různé veličiny v modelu a naměřené hodnoty označují stejným písmenem a bez varování se libovolně zaměňují. Z nekorektně odvozených rovnic se dělají důležité závěry. Naměřená data se někdy nesprávně interpretují apod.

Na závěr si uveďme konkrétní příklad chybné argumentace v kosmologii. Galaxie se od sebe vzdalují, a proto musela být v minulosti veškerá hmota soustředěná v jednom bodě (viz např. [20, s. 70; 11, s. 17]). Tato implikace je ale z matematického hlediska chybná. Jako protipříklad stačí uvažovat všude rostoucí expanzní funkci

$$a(t) = C_1 + C_2 e^{C_3 t}, \quad t \in (-\infty, \infty),$$

kde C_1, C_2, C_3 jsou kladné konstanty, která není nikde nulová – ani v limitě.

Vladimír Wagner se v článku [49] ptá, zda je kosmologie mytologií. Odpovězte si prosím sami.

Poděkování

Tento článek byl podpořen grantem P101/14-02067S GA ČR a projektem RVO 67985840. Autor děkuje RNDr. F. Křížkovi, Ph.D., prof. RNDr. P. Kulhánkovi, CSc., doc. RNDr. A. Mészárosovi, DrSc., a Ing. V. Novotnému za inspirující diskuse.

Literatura

- [1] K. Schwarzschild: „Über das zulässige Krümmungsmaß des Raumes“, Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft **35**, 337 (1900); English translation: Abraham Zelmanov J. **1**, 64 (2008).
- [2] J. W. Cannon, W. J. Floyd, R. Kenyon, W.R. Parry: „Hyperbolic geometry“, in: *Flavors of Geometry*. Math. Sci. Res. Inst. Publ. 31, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1997, s. 59–115.
- [3] R. M. Wald: *General Relativity*. Univ. of Chicago Press, Chicago 1982.

- [4] D. Hilbert: „Über Flächen von constanter gausscher Krümmung“, *Trans. Amer. Math. Soc.* **2**, 87 (1901).
- [5] D. Brander: *Isometric Embeddings Between Space Forms*. Master Thesis, Univ. of Pennsylvania, 2003, 48 s.
- [6] E. A. Milne: *Relativity, Gravitation and World Structure*. Clarendon Press, Oxford, 1935.
- [7] A. Friedmann: „Über die Krümmung des Raumes“, *Z. Phys.* **10**, 377 (1922).
- [8] M. Křížek: *Antigravitace*. JČMF, Praha, 2014. Dostupné na <http://users.math.cas.cz/~krizek/list.html>.
- [9] O. Kowalski, M. Křížek, V. Pravda: „Nejsymetričtější variety“, *Pokroky mat. fyz. astronom.* **59**, 135 (2014).
- [10] G. E. Lemaître: „Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extragalactiques“, *Ann. Soc. Sci. de Bruxelles*, April, 49 (1927).
- [11] S. Weinberg: *První tři minuty: Moderní pohled na počátek vesmíru*. Mladá fronta, Praha, 1998.
- [12] A. Einstein: *Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie*. Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber, 1917, s. 142–152.
- [13] A. Friedmann: „Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes“, *Z. Phys.* **21**, 326 (1924).
- [14] Ch. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler: *Gravitation* (20th edition). W. H. Freeman and Company, New York 1997.
- [15] E. A. Milne: *A Newtonian Expanding Universe, General Relativity and Gravitation*. Vol. 32, no. 9, Springer, Berlin, 2000.
- [16] V. M. Slipher: „Spectrographic observations of nebulae“, *Amer. Astronom. Soc., Popular Astronomy* **23**, 21 (1915).
- [17] E. Hubble: „A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae“, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **15**, 168 (1929).
- [18] G. Strömberg: „Analysis of radial velocities of globular clusters and non-galactic nebulae“, *Astrophys. J.* **LXI**, 353 (1925).
- [19] Planck Collaboration: „Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters“, arXiv: 1303.5076v1.
- [20] P. J. E. Peebles: *Principles of Physical Cosmology*. Princeton Univ. Press, New Jersey, 1993.
- [21] H. P. Robertson: „On the foundation of relativistic cosmology“, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **15**, 822 (1929).
- [22] Planck Collaboration: „Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results“, arXiv: 1303.5062.
- [23] S. V. Pilipenko: „Paper-and-pencil cosmological calculator“, 2013, 1–4, arXiv: 1303.5961v1.
- [24] J. Horský, J. Novotný, M. Štefaník: *Úvod do fyzikální kosmologie*. Academia, Praha, 2004.
- [25] A. G. Riess, L.-G. Strolger et al.: „New Hubble space telescope discoveries of Type Ia supernovae at $z > 1$: Narrowing constraints on the early behavior of dark energy“, *Astrophys. J.* **659**, 98 (2007).
- [26] L. Amendola, S. Tsujikawa: *Dark Energy – Theory and Observations*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2010.
- [27] H. E. Bond et al.: „A star in the Solar neighborhood that formed shortly after the Big Bang“, *Astrophys. J.* **765**, L12 (2013).
- [28] F. Zwicky: „Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln“, *Helv. Phys. Acta* **6**, 110 (1933).
- [29] M. Křížek, F. Křížek, L. Somer: „Which effects of galaxy clusters can reduce the amount of dark matter“, *Bulg. Astronom. J.* **21**, 1 (2014).
- [30] F. Zwicky: „On the masses of nebulae and of clusters of nebulae“, *Astrophys. J.* **86**, 217 (1937).
- [31] M. Křížek, L. Somer: „A critique of the standard cosmological model“, *Neural Netw. World* **24**, 435 (2014).
- [32] A. V. Tutukov, A. V. Fedorova: „The origin of intergalactic stars in galaxy clusters“, *Astron. Rep.* **55**, 383 (2011).



Obr. 12 Alexander A. Friedmann (1888–1925).

- [33] S. W. Allen, A. E. Evrard, A. B. Mantz: „Cosmological parameters from observations of galaxy clusters“, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **49**, 409 (2011).
- [34] H. Böhringer, N. Werner: „X-ray spectroscopy of galaxy clusters: studying astrophysical processes in the largest celestial laboratories“, *Astron. Astrophys. Rev.* **18**, 127 (2010).
- [35] V. C. Rubin: „A brief history of dark matter“, in: *The Dark Universe. Matter, Energy, and Gravity*. (Ed. M. Livio), Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2003, 1–13.
- [36] V. C. Rubin: „Dark matter in spiral galaxies“, *Sci. Amer.* **248**, 88 (1983).
- [37] V. C. Rubin et al.: „Kinematic studies of early-type stars. I. Photometric survey, space motions, and comparison with radio observations“, *Astrophys. J.* **67**, 491 (1962).
- [38] J. Binney, M. Merrifield: *Galactic Astronomy*. Princeton, 1998.
- [39] Z. Mikulášek, J. Krtička: *Základy fyziky hvězd*. Masarykova univerzita, Brno, 2005.
- [40] P. Anderle: *Nebeská mechanika*. Academia, Praha, 1987.
- [41] C. F. Gallo, J. Q. Feng: „Galactic rotation described by a thin-disk gravitational model without dark matter“, *J. Cosmology* **6**, 1373 (2010).
- [42] D. J. Eisenstein, C. L. Bennett: „Cosmic sound waves rule“, *Physics Today* **61**, 44 (2008).
- [43] Yu. V. Dumin: „A new application of the Lunar laser retro-reflectors: Searching for the „local” Hubble expansion“, *Adv. Space Res.* **31**, 2461 (2003).
- [44] Yu. V. Dumin: *Testing the ‘dark-energy’-dominated cosmology by the Solar-System experiments*. Proc. of the 11th Marcel Grossmann Meeting on General Relativity, World Sci., Singapore, 2008, 1752–1754, arXiv: astro-ph/0507381v3.
- [45] M. Křížek: „Antigravitace a její projevy, aneb Platí zákon zachování energie?“, *Čs. čas. fyz.* **63**, 105 a 162 (2013).
- [46] M. Křížek, L. Somer: „Antigravity – its manifestations and origin“, *Internat. J. Astron. Astrophys.* **3**, 227 (2013).
- [47] C. G. McVittie: „The mass-particle in expanding universe“, *Mon. Not. R. Astronom. Soc.* **93**, 325 (1933).
- [48] W. J. Zhang, Z. B. Li, Y. Lei: „Experimental measurements of growth patterns on fossil corals: Secular variation in ancient Earth-Sun distance“, *Chinese Sci. Bull.* **55**, 4010 (2010).
- [49] V. Wagner: „Je kosmologie mytologií? Aneb úvaha experimentálního fyzika o kosmologických hypotézách a modelech“, *Pokroky mat. fyz. astronom.* **48**, 193 (2003).

» Výsledky složitých numerických simulací je třeba přijímat obezřetně. «