

Michal Křížek

Proč ve vesmíru pozorujeme zdánlivě nadsvětelné rychlosti?

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 44 (1999), No. 3, 218--226

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/140998>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1999

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Proč ve vesmíru pozorujeme zdánlivě nadsvětelné rychlosti?

Michal Krížek, Praha

1. Úvod

Podle Einsteinovy teorie relativity se žádný signál (tj. ani hmota) nemůže pohybovat rychleji, než je rychlost světla $c = 299\,792\text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ve vakuu. Avšak v říjnu 1970 skupina radioastronomů při prověřování platnosti čtvrtého efektu (viz [16, 18]) obecné teorie relativity zcela nečekaně objevila výtrysky plazmatu (jety) z kvazaru¹) 3C 279, jejichž rychlost vypočtená z úhlových měření převyšovala c , viz [12, str. 3]. Tento jev nezávisle potvrdily (též pro sousední kvazar 3C 273) v únoru 1971 další dva týmy odborníků. Vzápětí se vytvořila řada hypotéz, jak tento paradox vysvětlit. Zastánci jedné teorie tvrdili, že vzdálenost kvazaru je z červeného posuvu jeho spektra odhadnuta nesprávně. Jiní argumentovali tím, že vesmír byl v době výronu plazmatu mnohem menší, neboť kvazar je od nás vzdálen několik miliard světelných let, a tudíž se měření zorného úhlu musí zcela jinak interpretovat.

Od roku 1970 byly nadsvětelné rychlosti pozorovány u řady dalších kvazarů, viz [9, 12, 14]. U některých vytryskovala oblaka mezihvězdné hmoty rychlostí značně převyšující rychlost světla, a to až desetkrát! Zde již patrně nemohlo jít o tak velkou chybu ve stanovení vzdálenosti z červeného posuvu. Proto někteří vědci začali zpochybňovat samotnou teorii relativity, jiní zase určení Hubbleovy konstanty, která charakterizuje rozpínání vesmíru, apod. Pak ale přišel senzační objev (srov. [7, 8]) mikrokvazaru²) GRS1915+105 vzdáleného od Země jen 40 000 světelných let ($\approx 3,78 \cdot 10^{17}$ km). Jeho výtrysky plazmatu podle úhlových měření opět převyšovaly rychlost světla. Podstatné ovšem bylo, že tento objekt je v naší Galaxii. K vysvětlení nadsvětelného paradoxu se tedy již nemuselo brát v úvahu, jak rychle se vesmír rozpíná, protože vzdálenost

¹) Kvazary jsou velmi vzdálené objekty s velkým posuvem spektra směrem k červenému konci. Představují ranou vývojovou fázi galaxií. V jejich středu je pravděpodobně supermasivní černá díra o hmotnosti 10^6 až 10^9 Sluncí.

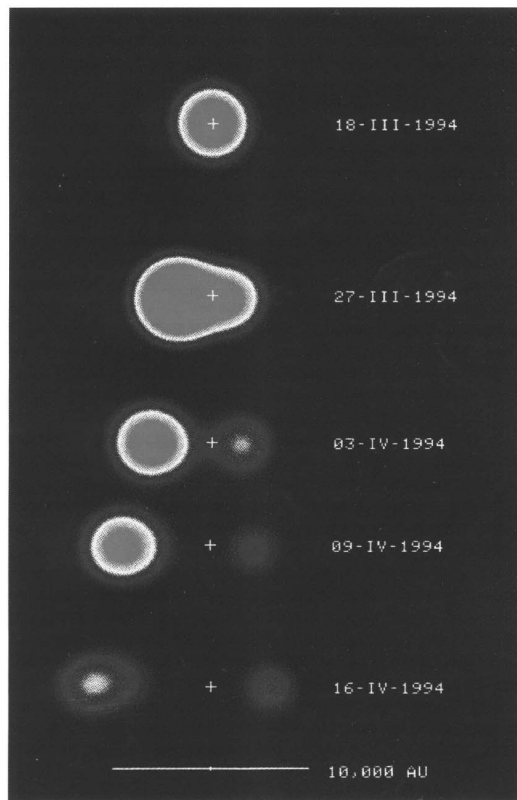
²) Mikrokvazar je dvojhvězda, jejíž jedna složka je černá díra o hmotnosti 6 až 10 Sluncí, která z druhé složky vytrhává plazma a obklopuje se tzv. akrečním diskem. Část plazmatu je patrně vlivem extrémně rychlé rotace černé díry dále vyvrhována obrovskou rychlostí v úzkém obousměrném svazku kolmém na rovinu disku. Mechanismus těchto výtrysků je stále předmětem výzkumu.

tohoto mikrovazaru od Země je téměř konstantní. V práci [9] je navíc dokázáno, že nejde o světelný záblesk procházející výrony plazmatu, ale o pohybující se plazma.

Na obrázku 1 vidíme, že za pouhých 29 dní od 18. března 1994 do 16. dubna 1994 se oba oblaky plazmatu od sebe vzdálily o $0,816''$, což odpovídá 10 000 AU (astronomickým jednotkám³). Mikrovazar je označen symbolem +. Leží vlastně v těžišti soustavy, jehož polohu výtrysky plazmatu prakticky neovlivnily. Levý, jasnější oblak se od mikrovazaru vzdálil zhruba o 6235 AU a pravý o něco méně. Jak uvidíme ve druhé kapitole, tuto asymetrii lze vysvětlit tím, že osa příslušného výtrysku svírá se směrem pohledu ostrý úhel, tj. levý oblak plazmatu směřuje k nám. Z pohledu pozorovatele (viz obr. 1) se zdá, že sledovaný jev odpovídá na obloze rychlosti

$$v^* = \frac{6235 \cdot 149,6 \cdot 10^6}{29 \cdot 24 \cdot 3600} = 372\,292 \text{ [km} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}, \quad (1)$$

která převyšuje rychlost světla.

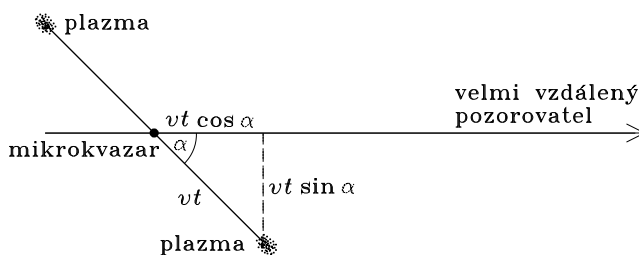


Obr. 1. Výtrysky plazmatu z mikrovazaru GRS1915+105 (viz [9]).

³) Astronomická jednotka je střední vzdálenost Země–Slunce, tj. $1 \text{ AU} \doteq 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$.

2. Matematické objasnění pozorovaného paradoxu

Předpokládejme, že mikrovazar má od nás konstantní vzdálenost (jinak bychom totiž museli používat vztahy pro relativistické sčítání rychlostí). Nechť $\alpha \leq 90^\circ$ označuje úhel, který svírá přímka mikrovazar – pozorovatel a přímka, podél níž dochází k výtryskům plazmatu (viz obr. 2). Pro jednoduchost dále předpokládejme, že skutečná rychlost v výtrysků plazmatu je konstantní (přičemž její radiální, resp. tangenciální složka vzhledem k pozorovateli je zřejmě $v \cos \alpha$, resp. $v \sin \alpha$). Pak za čas t plazma dospěje do vzdálenosti vt od mikrovazaru.



Obr. 2. Vyšetřovaný matematický model.

Pro $\alpha < 90^\circ$ se jeden výtrysk plazmatu vlastně přibližuje k pozorovateli. V čase t je o $vt \cos \alpha$ blíže než mikrovazar. Proto je doba t^* , po kterou pozorovatel vidí výtrysk plazmatu z mikrovazaru až do její momentální pozice na obrázku 2, menší než skutečná doba t . Tedy

$$t^* = t - \frac{v}{c} t \cos \alpha, \quad (2)$$

kde $(vt \cos \alpha)/c$ je čas, za který urazí světlo letící konečnou rychlostí c dráhu $vt \cos \alpha$. A právě v tom spočívá hlavní příčina paradoxu, neboť zdánlivá rychlost plazmatu pak podle (2) je

$$v^* = \frac{vt \sin \alpha}{t^*} = \frac{v \sin \alpha}{1 - (v/c) \cos \alpha} \quad (3)$$

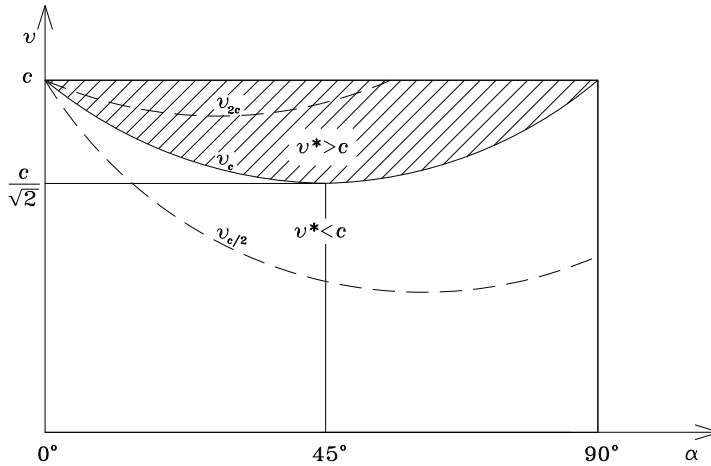
a tento podíl může snadno být větší než c . Například pro mikrovazar z obrázku 1 se v [7, 9] uvádí úhel $\alpha = 71^\circ$ a skutečná rychlost⁴⁾ $v = 0,92c$. Tomu podle (3) odpovídá zdánlivá rychlost $v^* = 1,24c$, což je plně v souladu se vztahem (1). Doba, po kterou oblak plazmatu skutečně putoval, je $t = 42,3$ dny a světlo urazí vzdálenost $vt \cos \alpha$ z obrázku 2 za 13,3 dny. Proto je časový interval jevu pozorovaného ze Země jen $t^* = 42,3 - 13,3 = 29$ dní. Světlo z koncové fáze jevu k nám letělo o 13,3 dny méně než z počáteční fáze, protože již nepřekonává vzdálenost $vt \cos \alpha$.

Povšimněme si, že funkce $v^* = v^*(\alpha, v)$ definovaná pravou stranou vztahu (3) na množině $[0, \frac{1}{2}\pi] \times [0, c)$ má v okolí bodu $(0, c)$ podstatnou singularitu. Vhodnou volbou úhlu α a skutečné rychlosti $v < c$ můžeme dokonce dospět k libovolně velké hodnotě

⁴⁾ Stejná rychlost výtrysků byla nalezena i u mikrovazaru GRO J1655-40, který je od nás vzdálen jen 10 000 světelných let — viz [9].

zdánlivé rychlosti v^* . Například pro $\alpha = 8^\circ$ a $v = 0,99c$ dostaneme, že $v^* = 7c$. Naopak pro $\alpha = 90^\circ$ vztah (3) dává $v^* = v$, a proto žádnou nadsvětelnou rychlost nezískáme.

Na obrázku 3 vidíme, pro které dvojice α a v je zdánlivá rychlost v^* větší či menší, než je rychlost světla. Příslušné rozhraní těchto dvou oblastí je dáno funkcí $v_c(\alpha) = c/(\sin \alpha + \cos \alpha)$, kterou odvodíme z (3) tak, že pro pevné $v^* = c$ vyjádříme v jako funkci α . Čárkovaně jsou vyznačeny grafy funkcí v_{2c} , resp. $v_{c/2}$, které odpovídají zdánlivým rychlostem $v^* = 2c$, resp. $v^* = c/2$.



Obr. 3. Oblast zdánlivě nadsvětelných rychlostí (šrafovaně).

3. Jednoduchý model rozpínajícího se vesmíru

Pro vysvětlení pozorovaných nadsvětelných rychlostí výronů plazmatu u vzdálených kvazarů (tj. mimogalaktických objektů) je kromě vztahů (2)–(3) nutno vzít v úvahu další efekty. Zdánlivě nadsvětelné rychlosti mohou být teoreticky způsobeny gravitační čočkou, což může být např. mezilehlá galaxie, v jejímž okolí se podle teorie relativity zakřivuje světlo podobně jako ve spojné skleněné čočce (viz např. [2, str. 71], [4]). Pravděpodobnost výskytu takové situace je ale velice malá.

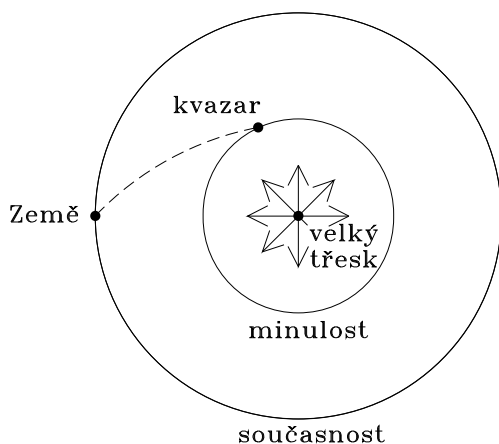
V další kapitole ukážeme, jak vlastní rozpínání vesmíru způsobuje vznik jevu, který nazveme časová čočka. K tomu účelu si nejprve v krátkosti připomeňme (viz [10, str. 724]) jeden jednoduchý a všeobecně přijímaný model našeho vesmíru s kladnou Gaussovou (-Kroneckerovou) křivostí⁵⁾.

V tomto idealizovaném modelu je vesmír (prostor) charakterizován jako trojrozměrný povrch rozpínající se čtyřrozměrné koule o poloměru $r = r(t)$ ve čtyřrozměr-

⁵⁾ Modely vesmíru s nekladnou křivostí uvažovat nebudeme. V nich je vesmír neohraničený a má nekonečný objem (viz [10, str. 724]).

ném prostoročasu, v jehož středu je „velký třesk“⁶⁾. V důsledku vysoké symetrie modelu jsou čas i prostor od sebe odděleny. Pro libovolný pevný časový okamžik t má povrch koule konstantní kladnou křivost, a tudíž je rozpínání ve všech bodech a ve všech směrech stejné. Hovoříme o homogenním a izotropním⁷⁾ modelu, v němž se ignorují veškeré lokální nepravidelnosti. To je důležitý zjednodušující předpoklad tzv. *Einsteinova kosmologického principu*, viz např. [13]. Pozorovatelná část našeho vesmíru splňuje tento předpoklad tím více, čím větší měřítko uvažujeme. Podle [10] stačí rozlišení $\approx 10^8$ světelných let a více.

Rozpínání vesmíru je potvrzeno červeným dopplerovským posuvem spektra galaxií. Již v roce 1929 americký astronom Edwin Hubble (1889–1953) objevil, že čím je galaxie vzdálenější, tím je posuv větší. Vlastní rozpínání si můžeme představit jako nafukující se balónek, pokud ovšem ubereme jeden prostorový rozměr (viz [17, str. 201]). Jestliže ubereme ještě jeden prostorový rozměr, dostaneme situaci z obrázku 4. Zde je „vesmír“ kružnice, jejíž poloměr se zvětšuje s časem.



Obr. 4. Schematické znázornění rozpínání vesmíru.

Rychlost rozpínání vesmíru je charakterizována Hubbleovou konstantou $H = H(t)$, což je konstanta jen vzhledem k prostorovým proměnným, která se ale s časem mění. Podle [15, 17, 19] má v současnosti hodnotu asi $50 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ na milion parseků⁸⁾, tj.

$$H_0 = \frac{50 \text{ km/s}}{10^6 \text{ pc}} = \frac{50 \text{ km/s}}{3,09 \cdot 10^{19} \text{ km}} = \frac{1}{6,18 \cdot 10^{17} \text{ s}} \doteq \frac{1}{20 \cdot 10^9 \text{ rok}}. \quad (4)$$

⁶⁾ Teorii velkého třesku navrhl v roce 1927 belgický kosmolog G. E. Lemaître (1894–1966).

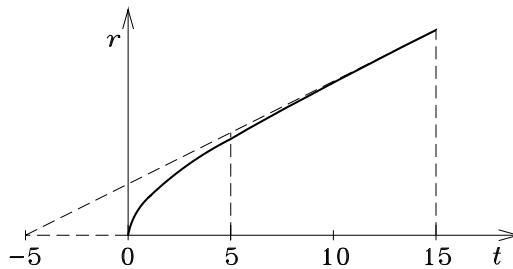
⁷⁾ V literatuře o neeuklidovských geometriích se občas uvádí, že rotací traktrix (tj. evolventou řetězovky) v R^3 vznikne plocha se zápornou *Gaussovou křivostí* -1 ve všech bodech (viz např. [1, str. 360]). Ale křivost v jednotlivých směrech je obecně různá! Takovou plochou bychom tedy nezaručili izotropii dvojrozměrného modelu vesmíru.

⁸⁾ Jeden parsek [pc] je vzdálenost, ze které bychom viděli poloměr dráhy Země (1 AU) pod úhlem $1''$, tedy $1 \text{ pc} = 3,09 \cdot 10^{13} \text{ km} = 3,26$ světelného roku.

Kdyby se vesmír rozpínal touto rychlostí po celou dobu své existence, pak by byl starý $1/H_0 = 20$ miliard let. To odpovídá časovému intervalu od okamžiku, kdy se galaxie začaly od sebe vzdalovat. V tomto případě by poloměr vesmíru narůstal lineárně s časem — viz čárkovaný graf lineární funkce na obrázku 5. V důsledku působení přitažlivých gravitačních sil se ale rozpínání vesmíru neustále zpomaluje, a tedy funkce $H = H(t)$ je klesající. Proto se stáří našeho vesmíru dnes odhaduje zhruba jen na

$$T = 15 \cdot 10^9 \text{ let.} \quad (5)$$

V literatuře se často uvádějí i vyšší hodnoty Hubbleovy konstanty, než udává (4), např. $80 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, viz [13, 15]. To pak vede k úvahám o menším stáří vesmíru⁹⁾.



Obr. 5. Závislost poloměru vesmíru na čase (v miliardách let).

Zatím není známo, zda bude poloměr vesmíru $r = r(t)$ i nadále rostoucí funkcí času t anebo zda po několika miliardách let začne klesat např. jako cykloida ([3, 10, 11]). Neznáme přesně ani dosavadní průběh funkce $r = r(t)$. Podle [19, str. 146] je $r(t)$ v období látky přibližně úměrné $t^{2/3}$ (viz obr. 5). V tomto případě by byl časoprostor sice nekonečný, ale vesmír v každém okamžiku konečný. Otázka případného pozdějšího smršťování závisí zejména na rychlosti rozpínání a střední hustotě v určitém časovém okamžiku [2, 5, 15, 17]. Zřejmě ale žádný model vesmíru nepopisuje jeho budoucí vývoj zcela přesně.

Povšimněme si ještě, že tečna ke grafu funkce $r = r(t)$ v bodě $t = T$ má směrnici (srov. obr. 5)

$$r'(T) = r(T)H_0 = r(T)H(T). \quad (6)$$

Podobným způsobem lze pro $t > 0$ odvodit vztah charakterizující Hubbleovu konstantu (srov. [10, str. 732] nebo [17, str. 199])

$$H(t) = \frac{r'(t)}{r(t)}$$

pro uvažovaný případ vesmíru s kladnou křivostí.

⁹⁾ Horní odhad stáří vesmíru se určuje z Hubbleovy konstanty a dolní odhad z červeného posuvu vzdálených kvazarů, věku eliptických galaxií a kulových hvězdokup naší Galaxie — viz [15].

4. Princip časové čočky

Kvazary vzdálené od nás několik miliard světelných let vidíme nutně se zpožděním, daným konečnou rychlostí světla. Proto musíme důsledně rozlišovat „tehdejší“ skutečné rozměry, tj. velikosti, v době, kdy sledované fotony opustily okolí kvazaru a vesmír byl mnohem menší, a „dnešní“ zdánlivé rozměry charakterizující toto okolí ve chvíli, kdy jsme „pradávné“ fotony (viz čárkovaná čára na obr. 4) zachytili pozemským dalekohledem.

Zhruba řečeno, čím je pozorovaný objekt vzdálenější, tím byl jemu odpovídající vesmír menší, a proto tím větší se nám paradoxně jeví rozměry objektu pomocí úhlových měření. Tento jev nazveme *zvětšení časovou čočkou*.

Fungování časové čočky ilustrujeme na třech konkrétních příkladech.

Příklad 1. Obrázek 6 nám ukazuje vesmír, jak vypadal zhruba před 10^{10} lety (viz <http://www.stsci.edu/ftp/science/hdf> nebo [5, str. 57]). Je to známé Hubbleovo hluboké pole (angl. Hubble Deep Field), jehož střed má souřadnice přibližně RA = 12 h 37 min a DE = +62° 13' a celý záběr odpovídá nepatrnému úhlu $\beta = 3'$, tj.

$$\beta = \frac{2\pi}{360} \cdot \frac{3}{60} = 87 \cdot 10^{-5} \text{ [rad]}.$$

Protože je obrázek 6 zhruba 87 mm široký, 1 milimetr na obrázku odpovídá úhlu 10^{-5} radiánu. A právě pod takovým úhlem bychom tedy měli vidět galaxie o rozměrech 10^5 světelných let vzdálenou 10^{10} světelných let. Pro srovnání má takovou velikost i naše Galaxie, jejíž rozměry jsou spíše nadprůměrné. Na obrázku 6 je však množství galaxií větších než 4 mm, což zdánlivě odpovídá velikostem přes $4 \cdot 10^5$ světelných let. Tak velké galaxie ale v našem okolí nepozorujeme (jen výjimečně více než $2 \cdot 10^5$ svět. let). Navíc galaxie se tehdy rodily a byly proto menší než dnešní již vyvinuté galaxie. Zde tedy došlo k více než dvojnásobnému zvětšení, protože podle odhadů (4) a (5) a vztahu (6) byl poloměr vesmíru před 10^{10} lety sotva poloviční, než je dnes, tj.

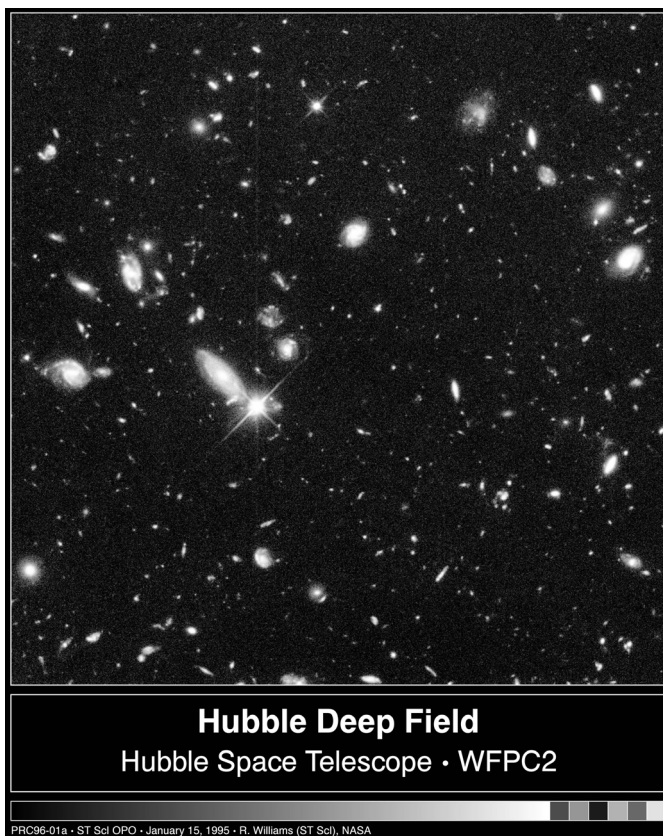
$$r(\bar{t}) < \frac{r'(T)}{2H_0} = \frac{r(T)}{2}$$

pro $\bar{t} = 5 \cdot 10^9$ let (srov. obr. 5).

V listopadu 1998 byly na internetu¹⁰⁾ zpřístupněny fotografie tzv. Hubbleova jižního hlubokého pole (angl. Hubble Deep Field South). Celý snímek odpovídá vzdálenosti dokonce 12 miliard světelných let. V tomto případě je efekt zvětšení ještě o něco větší než na obrázku 6.

Příklad 2. Dalším důkazem fungování časové čočky je reliktní záření, které pochází z doby asi 300 000 let po velkém třesku, kdy vznikly atomy a vesmír se stal pro fotony „průhledným“. Toto téměř homogenní a izotropní záření k nám přichází z celé oblohy ze vzdálenosti 15 miliard světelných let — tedy z obrovského objemu. Vzniklo ale v době, kdy byl vesmír přibližně 1000krát menší, než je dnes [19, str. 60]. Odtud

¹⁰⁾ <http://oposite.stsci.edu/pubinfo/pr/1998/41/>



Obr. 6. Hubbleovo hluboké pole.

můžeme mj. odhadnout průběh grafu funkce $r = r(t)$ z obrázku 5 v blízkosti počátku, tj. $1000 r(\tilde{t}) \doteq r(T)$ pro $\tilde{t} = 3 \cdot 10^5$ let. Rychlost rozpínání vesmíru byla tehdy obrovská. V době, kdy vzniklo reliktní záření, by na obrázku 4 vesmír představovala jen nepatrná kružnice o poloměru tisíckrát menším, než je poloměr kružnice odpovídající současnosti.

Příklad 3. Konečně jako poslední „drastický“ příklad obrovského zvětšení pomocí časové čočky uvedme samotný velký třesk, který se udál zhruba před patnácti miliardami let (srov. obr. 5). Přestože proběhl ve zcela minimálním objemu, dnes se vlastně zdánlivě nachází na největší možné sféře (tzv. horizontu) s nepředstavitelně velkým poloměrem.

A tak čím dále hledíme, tím je pozorovaná nebeská sféra zdánlivě větší a větší, přestože byl vesmír menší a menší. To je hlavní důvod fungování časové čočky. Skutečně se ale projevuje až pro hodně velké vzdálenosti (řádově miliardy světelných let). Sledované objekty z doby t vidíme totiž zvětšené $r(T)/r(t)$ -krát a hodnoty funkce $r = r(t)$ jsou „malé“ jen v blízkosti počátku. Proto se může stát, že nějakou velice vzdálenou galaxii, která od nás bude desetkrát dále než jiná bližší, ale stejně velká galaxie, neuvidíme desetkrát menší, ale např. jen pětkrát menší než bližší galaxii.

V poslední době je velká pozornost věnována zdrojům záblesků záření gama¹¹), o nichž se v souladu s Einsteinovým kosmologickým principem předpokládá, že jsou rozloženy rovnoměrně (viz např. [6]). Kdyby měl náš vesmír nulovou křivost, potom by tok fotonů ze zdrojů záblesků gama klesal se čtvercem vzdálenosti a počet těchto zdrojů by rostl se třetí mocninou. Počet takových zdrojů, jasnějších než daný tok C fotonů gama, by pak byl úměrný $C^{-3/2}$. Místo toho ale pozorujeme relativně málo slabých zdrojů, tj. i ty nejvzdálenější záblesky gama jsou dobře detekovatelné. Není vyloučeno, že také zde se projevuje fungování časové čočky.

Na závěr zdůrazněme, že pozorované nadsvětelné rychlosti nikterak neodporují teorii relativity. Mohou být, zhruba řečeno, vysvětleny vztahy (2)–(3). U vzdálených objektů mimo naši Galaxii je nutno též přihlédnout k samotnému rozpínání vesmíru, které způsobuje efekt časové čočky. Přitom je důležité se zabývat otázkou správné interpretace velikosti naměřeného zorného úhlu při pohledu do hlubin vesmíru.

Autor děkuje RNDr. J. CHLEBOUNOVI, CSc., prof. RNDr. J. NOVOTNÉMU, CSc., RNDr. J. PRADLOVÉ, CSc., a Mgr. V. PRAVDOVI, Dr., za cenné připomínky.

L i t e r a t u r a

- [1] BLOCH, E. D.: *A first course in geometric topology and differential geometry*. Birkhäuser, Basel 1997.
- [2] GRYGAR, J.: *Vesmír jaký je*. Mladá fronta, Praha 1997.
- [3] HAWKING, S. W.: *Stručná historie času*. Mladá fronta, Praha 1991.
- [4] HEWITT, J. N.: *Gravitational lenses*. Ann. New York Acad. Sci. 688 (1993), 250–259.
- [5] KLECZEK, J.: *Vesmír a člověk*. Academia, Praha 1998.
- [6] MÉSZÁROS, P., MÉSZÁROS, A.: *The brightness distribution of bursting sources in relativistic cosmologies*. Astrophys. J. 449 (1995), 9–17.
- [7] MIRABEL, I. F., RODRÍGUEZ, L. F.: *A superluminal source in the Galaxy*. Nature 371 (1994), 46–48.
- [8] MIRABEL, I. F., RODRÍGUEZ, L. F.: *Superluminal sources in the Galaxy*. Vitas in Astronomy 41 (1997), 15–16.
- [9] MIRABEL, I. F., RODRÍGUEZ, L. F.: *Microquasars in our Galaxy*. Nature, April 16, 392 (1998), 673–676.
- [10] MISNER, C. W., THORNE, K. S., WHEELER, J. A.: *Gravitation*. V. H. Freeman Comp., San Francisco 1973.
- [11] NOVIKOV, I.: *Černé díry a vesmír*. Mladá fronta, Praha 1989.
- [12] PEARSON, T. J., ZENSUS, J. A. (eds): *Superluminal radio sources*. Cambridge Univ. Press 1987.
- [13] PEEBLES, P. J. E.: *Status of the big bang cosmology*. Ann. New York Acad. Sci. 688 (1993), 84–93.
- [14] PORCAS, R. W.: *Summary of known superluminal sources*. In [12], 12–25.
- [15] RENZINI, A.: *The age of the Universe*. Ann. New York Acad. Sci. 688 (1993), 124–135.
- [16] SHAPIRO, I. I.: *Fourth test of general relativity*. Phys. Rev. Lett. 13 (1964), 789–791.
- [17] ŠOLC, M. a kol.: *Fyzika hvězd a vesmíru*. SPN, Praha 1983.
- [18] ŠOLCOVÁ, A., KRÍŽEK, M.: *Čas plyne, jméno zůstává: Albert Einstein*. PMFA 43 (1998), 265–277.
- [19] WEINBERG, S.: *První tři minuty*. Mladá fronta, Praha 1983.

¹¹) <http://www.batse.msfc.nasa.gov>