

Matematika II, 2. domácí úkol

1. Vyšetřete lokální extrémy funkce

$$z = x^3 + y^3 + \frac{9}{2}x^2 - 3y - 12x.$$

2. Načrtněte množinu D omezenou křivkami

$$y = x - 4,$$

$$y^2 = 2x,$$

a vypočtěte integrál

$$\iint_D xy \, dx dy.$$

3. • a) Načrtněte množinu

$$D = \{[x, y] \in \mathbb{E}_2; 36x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

- b) Vypočtěte integrál

$$\iint_D f(x, y) \, dx dy,$$

je-li $f(x, y) = xy$.

pozn. Užijte transformaci do zobecněných polárních souřadnic ($x = x_0 + ar \cos\varphi$, $y = y_0 + br \sin\varphi$).

- c) Uveďte možné fyzikální významy tohoto integrálu.

4. Určete hmotnost koule o poloměru R , jejíž hustota je dána předpisem

$$\rho = \rho_0(x^2 + y^2)$$

- a) pomocí transformace do *cylindrických* souřadnic ($x = r \cos\varphi$, $y = r \sin\varphi$, $z = w$),
- b) pomocí transformace do *sférických* souřadnic ($x = r \cos\vartheta \cos\varphi$, $y = r \cos\vartheta \sin\varphi$, $z = r \sin\vartheta$).

5. Vypočítejte hmotnost části paraboly $y = x^2$ mezi body $A = [1, 1]$ a $B = [2, 4]$, je-li na ní rozložena hmota s délkovou hustotou $\rho(x, y) = x$.